

諧波減速機致動器回授控制之力矩估測技術

Torque Estimation Technique for Feedback Control of Harmonic Drive Actuator

林峻永、李志元、陳文豪

Chun-Yeon Lin, Chih-Yuan Li, Wen-Hao Chen

本論文提出諧波減速機致動器機器手臂之力矩估測和控制技術，使用諧波減速機柔性模型估測力矩，最後應用估測力矩於關節力矩回授控制。透過扭轉角與力矩之關係估測力矩，經由光學尺量測位置訊號同時進行位置和力矩的估測。此力矩估測方法及關節力矩感測器與關節力矩回授控制經過數值模擬及實驗驗證並可以應用於機器手臂，如順應外部力矩、抵抗外部力矩及增加控制精度。

This paper proposes a torque estimation and control technique for the harmonic drive actuator robotic arm. Torque is estimated from the compliant model of the harmonic drive and applied to the joint torque feedback control. The torque estimation is performed through the relationship between the torsion angle and the torque while measuring the angular position signal by the optical encoder. The torque estimation method is numerically verified and experimentally validated. The proposed method, along with a prototype of the torque sensing system, has been experimentally implemented on the robotic arm for compliance or resistance of the torque and to increase the accuracy.

一、簡介

關節力矩回授 (joint torque feedback, JTF) 控制為一種提高機械手臂性能的方法。Kenta 提出了一種基於關節力矩回授控制之高精度踢力控制⁽¹⁾。透過關節力矩回授減少誤差。關節力矩回授也應用於提高機械手臂的使用安全⁽²⁾。現今機器人已被廣泛地使用且常和人類在同一個空間工作，因此在任何人機協作的情況下，人的安全性就是一個非常重要的議題。為了達成這個目的，一個較為簡單的方法為利用力與力矩感測器量測外部扭矩⁽³⁾。但是力矩感測器價格昂貴，因此沒有廣泛地應用於工業機器人，機械手臂通常會使用關節力矩感測器來檢測外力碰撞，如使用一種易於製造的塊式關節扭矩感測器⁽⁴⁾ 及觀察器對七軸機械手臂進行碰撞的檢測與反應，擾動觀察器演算法可以有效地檢測碰撞⁽⁵⁾。互相干擾與力矩脈動為關節力矩感測器最主要的問題，額外的力矩感測器會降低機械手臂之剛度。因此，Min 提出了一

種具有高扭轉剛度的新型反應式關節力矩感測器⁽⁶⁾。關節力矩感測器基於應變規，可以有效地處理互相干擾^(7, 8)，Jonathon 結合兩種現有策略，利用新的應變規放置方法降低誤差與新的關節力矩感測器軌跡追蹤方法提高應變規力矩感測器的力矩真實性⁽⁹⁾。應變規感測器存在剛度與靈敏度的平衡問題，關節力矩感測器的優化可以提高感測器的靈敏度同時也確保剛度⁽¹⁰⁾。

除了使用應變規的力矩感測器外，利用編碼器的力矩感測器也被使用於量測力矩，使用應變規的感測器適用於高頻寬與高精度的機械關節，而使用編碼器的感測器適用於會遭受未知外力衝擊的機械關節⁽¹¹⁾。利用編碼器的感測器，大多用來研究力矩感測器與彈性致動器⁽¹²⁻¹⁴⁾。因為高穩定度與高保真度等優點。Palli 提出了一種帶有光學裝置與柔性結構的力矩感測器⁽¹⁵⁾。其利用光學元件測量柔性機構的變形。光學力矩感測器可置於多旋翼飛行器，應用於不平坦的表面上安全著陸⁽¹⁶⁾。除了光學編碼器，旋轉編碼器也應用於關節力矩感測器，3D 列印的機械關節力矩感測器以降低成本⁽¹⁷⁾。旋轉編碼器用於測量力矩感測器中柔性機構的變形。但是，在機械手臂中增加彈性元件會降低整體剛性且增加成本，此外，力矩感測器的精度取決於彈性，當施加力矩時，彈性越大則變形也越大，因此可以更準確的測量變形量。但是對機械手臂而言，較低的剛度是不被允許的。

為了避免彈性致動器的缺點，Zhang 提出一種使用雙編碼器的力矩感測方法⁽¹⁸⁾。諧波減速機的扭轉變形由兩個編碼器測量，一個為馬達端編碼器，一個為常用於機械手臂中的臂側編碼器，此方法藉由諧波減速機的柔性模型來估測關節力矩⁽¹⁹⁾。利用此關節力矩估測方法，不需要在機械手臂中增加額外的彈性元件。

高分辨率位置編碼器於現今越來越經濟實惠，利用雙編碼器的力矩感測器之感測方法提供了不須額外添加彈性元件的力矩估測方法，並可使用於具有外力碰撞之模組化機械手臂⁽²⁰⁾。運動控制問題只能利用各個關節的位置測量來解決。基於雙邊碼器的力矩估測方法也在^(21, 22)中提出。前者使用諧波減速機的機構阻尼摩擦力，後者使用更有效的諧波減速機柔性模型和反向傳播的神經網路。除了力矩估測外，臂側編碼器還可用來測量角位移量，也提高了機械手臂的精度。電機電流、關節位移量與關節角速度亦可使用於力與力矩的估測經由機械手臂模型⁽²³⁾。由於需要在諧波減速機手臂中實現力矩估測之關節力矩回授，此論文使用光學尺同時估測諧波減速機手臂關節之角位移與力矩，並提出諧波減速機手臂之關節力矩回授動力學模型。

二、諧波減速機模型與力矩估測

諧波減速機的特性有體積小、質量輕、零背隙與高減速比，因此被廣泛應用於自動化及機器人領域中，如機械手臂。圖 1 為諧波減速機基本構造，由波產生器、柔輪以及剛輪所組成，其原理是透過波產生器發生轉動時，柔輪發生變形且旋轉，且會受到摩擦力影響產生遲滯現象，需要考慮到物理模型的建立⁽¹⁹⁾。

1. 諧波減速機柔性模型

諧波減速機中波產生器和柔輪間存在一齒輪比 N ，為減速的來源，此段不考慮內部的變形量以及摩擦力所帶來之影響，為一理想模型如圖 2 所示。

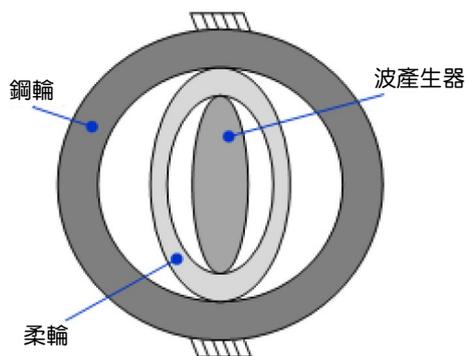


圖 1. 諧波減速機基本構造。

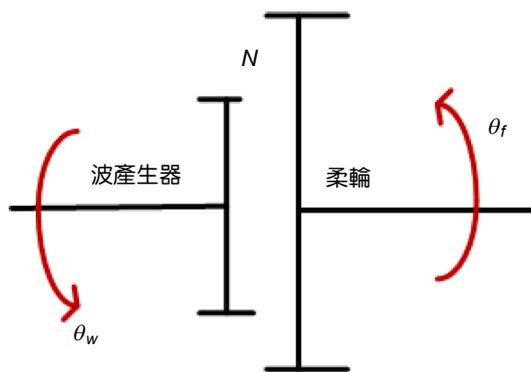


圖 2. 諧波減速機模型。

波產生器轉動角度 θ_w 和柔輪轉動角度 θ_f 在理想狀態下的關係式如式 (1) 彼此之間存在一齒輪比 (減速比) N

$$\theta_w = -N\theta_f \quad (1)$$

而可以將兩者角度關係改寫成彼此間力矩關係，因此波產生器力矩 τ_w 與柔輪力矩 τ_f 的關係如式 (2)

$$\tau_w = -\frac{1}{N}\tau_f \quad (2)$$

2. 諧波減速機模型

如圖 3(a) 所示，在真實情況下，我們必須考慮波產生器和柔輪因為彈性係數 K_w 、 K_f 造成輸入端與輸出端之間的角度差異，而此角度差我們稱為扭轉角 $\Delta\theta_w$ 、 $\Delta\theta_f$ 如式 (3)、式 (4)。

$$\Delta\theta_w = \theta_{wo} - \theta_{wi} \quad (3)$$

$$\Delta\theta_f = \theta_{fo} - \theta_{fi} \quad (4)$$

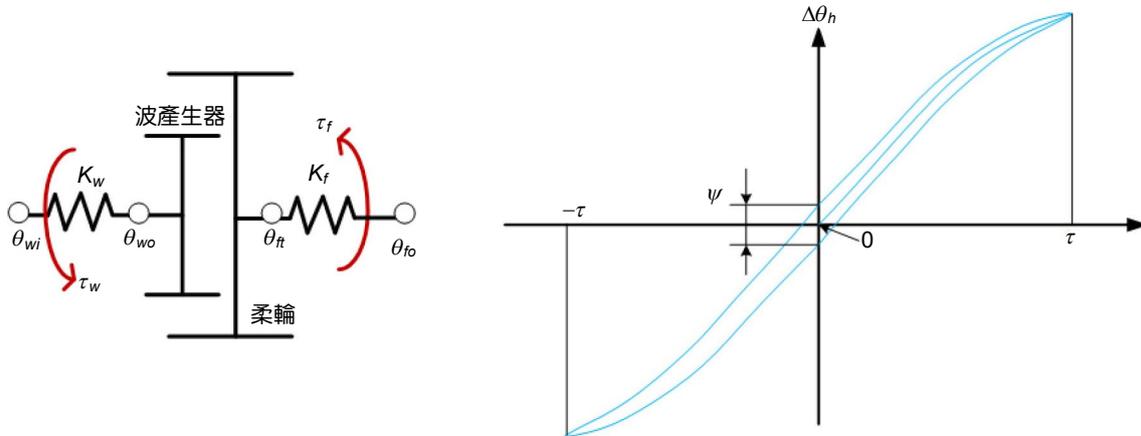


圖 3. (a) 諧波減速機模型；(b) 遲滯效應圖。

圖 3 (b) 為遲滯效應，發生原因是諧波減速機內部的摩擦力造成，使得波產生器扭轉角 $\Delta\theta_w$ 與柔輪力矩 τ_f 的關係不為線性，為遲滯損失係數，為最大施加力矩且從圖 3(b) 可以發現波產生器之扭轉角在柔輪力矩為零處的變化最大，反之，則最小，因此本文將波產生器之彈性係數表示唯一指數函數如式 (5)，其中 c_w 及 K_{w0} 為待定常數可由廠商提供之參數計算求得

$$K_w = K_{w0} e^{c_w |\tau_w|} \quad (5)$$

而由彈性係數的基本定義，可以將表示為式 (6)

$$K_w = \frac{d\tau_w}{d\Delta\theta_w} \quad (6)$$

波產生器扭轉角可由波產生器彈性係數之倒數再對波產生器力矩積分而來

$$\Delta\theta_w = \int \frac{d\tau_w}{K_w} \quad (7)$$

最後將式 (5) 代入式 (7) 即可求得波產生器之扭轉角

$$\Delta\theta_w = \frac{\text{sgn}(\tau_w)}{c_w K_{w0}} (1 - e^{-c_w |\tau_w|}) \quad (8)$$

因為波產生器和柔輪轉動方向相反，諧波減速機的扭轉角可表示成柔輪扭轉角減去波產生器扭轉角式 (9)

$$\Delta\theta_h = \Delta\theta_f - \frac{\Delta\theta_w}{N} \quad (9)$$

由圖 3(b) 可發現，扭轉角與柔輪力矩之間的關係類似奇函數，並可被表示為式 (10)，其中 a_1 及 a_3 為常數

$$\tau_f = a_1 \Delta \theta_h + a_3 \Delta \theta_h^3 \quad (10)$$

如式 (6)，可以將柔輪彈性係數以基本定義表示

$$K_f = \frac{d\tau_f}{d\Delta\theta_f} \quad (11)$$

將式 (4) 對柔輪扭轉角微分並將式 (11) 代入，則可得以柔輪力矩代替柔輪扭轉角之柔輪彈性係數

$$K_f = K_{f0}(1 + (c_f \tau_f)^2) \quad (12)$$

其中 c_f 及 K_{f0} 為待定參數同樣由廠商提供之參數計算求得，接著將式 (12) 代回式 (11) 並對柔輪扭轉角積分可得柔輪扭轉角為

$$\Delta\theta_f = \frac{\arctan(c_f \tau_f)}{c_f K_{f0}} \quad (13)$$

最後由波產生器扭轉角式 (8) 與柔輪扭轉角式 (13) 代入式 (9) 可得到諧波減速機扭轉角 $\Delta\theta_h$

$$\Delta\theta_h = \frac{\arctan(c_f \tau_f)}{c_f K_{f0}} - \frac{\text{sgn}(\tau_w)}{c_w N K_{w0}} (1 - e^{-c_w |\tau_w|}) \quad (14)$$

3. 參數計算

由廠商型錄⁽²⁴⁾ 所提供之諧波減速機特性如圖 4 所示可知，施加力矩在小於時，彈性係數可近似為 K_1 ，施加力矩界在 T_1 和 T_2 之間時，彈性係數可近似為 K_2 ，在施加力矩大於 T_2 時，則近似為 K_3 。

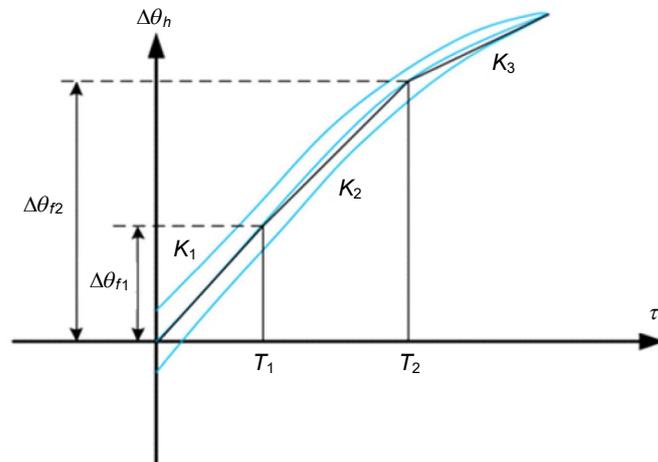


圖 4. 彈性係數圖。

令兩不同施加力矩分別為

$$\tau_{f1} = \frac{T_1}{2} \quad (15)$$

$$\tau_{f2} = \frac{T_1 + T_2}{2} \quad (16)$$

在 τ_{f1} 時，諧波減速機彈性係數為 K_1 ，在 τ_{f2} 時，彈性係數則為 K_2 ，將 τ_{f1} 、 K_1 和 τ_{f2} 、 K_2 分別代入式 (12) 可得

$$K_1 = K_{f0}(1 + (c_f T_1 / 2)^2) \quad (17)$$

$$K_2 = K_{f0}(1 + (c_f (T_1 + T_2) / 2)^2) \quad (18)$$

將式 (17) 和式 (18) 透過聯立即可解出 c_f 及 K_{f0} 如下所示

$$c_f = 2 \sqrt{\frac{K_1 - K_2}{K_1(T_1 + T_2)^2 - K_2 T_1^2}} \quad (19)$$

$$K_{f0} = K_1 + \frac{(K_1 - K_2) T_1^2}{(T_1 + T_2)^2 - T_1^2} \quad (20)$$

接著計算波產生器扭轉角所需參數 c_w 及 K_{w0} ，由圖 4 可知，在施加力矩為零的情況下，波產生器的彈性係數可表示為

$$K_{w0} = \frac{2\tau_{fs}}{N\psi} \quad (21)$$

ψ 為遲滯損失參數， τ_{fs} 為諧波減速機啟動力矩，且由式 (14) 可知扭轉角最大值為

$$\Delta\theta_h = \frac{1}{c_w N K_{w0}} \quad (22)$$

且此扭轉角最大值由圖 4 可知為遲滯損失參數的一半，故

$$\frac{\psi}{2} = \frac{1}{c_w N K_{w0}} \quad (23)$$

最後可以得到 c_w

$$c_w = \frac{2}{\psi N K_{w0}} \quad (24)$$

4. 諧波減速機動力學模型

圖 5 參考⁽²⁵⁾ 中的動力學模型架構，再將⁽¹⁹⁾ 波產生器的柔性模型加入，並同時考慮馬達黏滯係數 r_m ，其中 J_m 、 θ_m 、 J_l 和 θ_l 分別為馬達慣性、馬達轉動角度、手臂慣性及手臂轉動角度， τ_m 為馬達力矩， τ_{fs} 為諧波減速機啟動力矩， τ_w 及 θ_w 為波產生器的力矩及轉動角度， τ_f 、 θ_{fi} 及 θ_{fo} 為柔輪力矩、輸入端轉動角度及輸出端轉動角度， N 為諧波減速機減速比

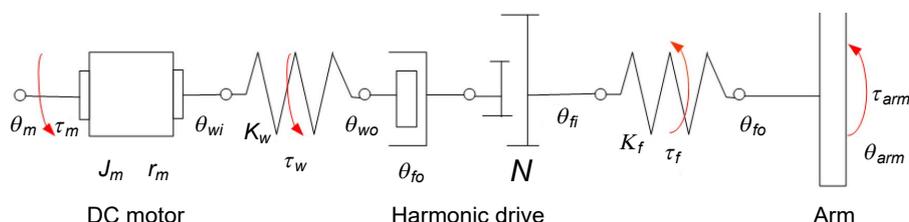


圖 5. 諧波減速機動力學模型。

馬達黏滯係數由⁽²⁶⁾ 可知為

$$r_m = \frac{30k_m I_0}{n_0 \pi} \quad (25)$$

此時，馬達動力學模型及柔輪力矩為

$$\tau_m = J_m \ddot{\theta}_{wo} + r_m \dot{\theta}_{wo} + \tau_w - \tau_{fs} \quad (26)$$

$$\tau_f = K_f \left(\theta_{fo} + \frac{\theta_{wo}}{N} \right) \quad (27)$$

且因考慮波產生器之柔性，故波產生器的轉動角度為馬達的轉動角度加上波產生器的扭轉角 $\Delta\theta_w$

$$\theta_{wo} = \theta_m + \Delta\theta_w \quad (28)$$

而手臂加入外部施加力矩之動力學模型

$$J_l \ddot{\theta}_l = \tau_f + \tau_d \quad (29)$$

將式 (26)、式 (27) 及式 (29) 結合並以圖 6 中系統方塊圖表示，其中 $G_h(s)$ 為波產生器柔性模型 (8)。

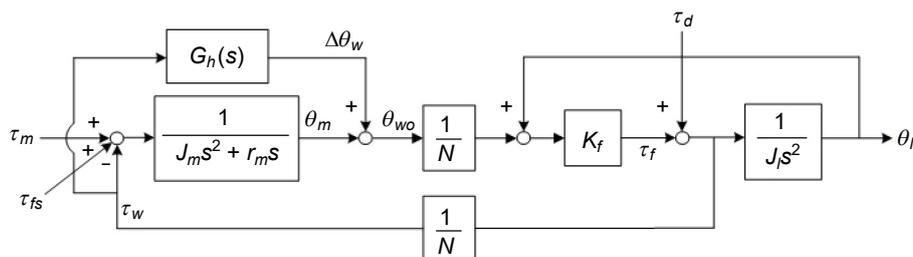


圖 6. 減速機動力學方塊圖。

5. 諧波減速機力矩估測

諧波減速機扭轉角與力矩的關係可以進行力矩估測，將多軸力矩感測器安裝於機械手臂之關節處直接進行測量。根據式 (9)，將柔輪扭轉角減去波產生器扭轉角除上齒輪比即可算出扭轉角。但在此方法中，柔輪力矩是無法直接得知的，必須透過波產生器與柔輪扭轉角之基本定義式 (3)，式 (4) 求得力矩，因此，必須將波產生器輸出角度 $\Delta\theta_{wo}$ 與柔輪輸入角度 $\Delta\theta_{fi}$ 做替換，因為上述兩者皆包含於諧波減速機之外殼中，無法直接讀取。由圖 5 可知波產生器輸出角度與柔輪輸入角度的關係

$$\theta_{wo} = -N\theta_{fi} \quad (30)$$

因此將式 (3)，式 (4) 與式 (30) 帶入諧波減速機扭轉角式 (9) 可得

$$\Delta\theta_h = \theta_{fo} + \frac{\theta_{wi}}{N} \quad (31)$$

A. 動態扭轉角

諧波減速機在製作過程可能會有些許誤差，而這樣的誤差，在沒有施加外力，馬達運轉時，諧波減速機之總扭轉角會有週期變化，而此週期變化即為動態扭轉角 $\Delta\theta_k$ ，而此研究方法提出之力矩估測，為外力力矩造成扭轉角變化所得之力矩，因此總扭轉角須加上動態扭轉角

$$\Delta\theta = \Delta\theta_h + \Delta\theta_k \quad (32)$$

將動態扭轉角設為一 n 次多項式

$$\Delta\theta_k = \sum_{k=0}^n c_k \theta_t^k \quad (33)$$

B. 扭轉角與力矩估測

由式 (13)，從柔輪力矩即可得到柔輪扭轉角，反之，若能得到柔輪扭轉角，就可推測出柔輪力矩，而柔輪扭轉角可透過式 (9) 帶入式 (31)

$$\Delta\theta_f = \Delta\theta + \frac{\Delta\theta_w}{N} - \Delta\theta_k \quad (34)$$

最後將式 (13) 帶入式 (34) 可得估測力矩

$$\tau_{est} = \frac{\tan\left(\left(\Delta\theta + \frac{\Delta\theta_w}{N} - \Delta\theta_k\right)c_f K_{f0}\right)}{c_f} \quad (35)$$

6. 關節力矩回授控制

關節力矩回授為一常見之機械手臂的應用，可幫助抑制施加於機械手臂之運動控制時的干擾，諧波減速機動力學模型中可加入關節力矩回授控制，且分為力矩控制與位置控制。

A. 力矩控制之諧波減速機動力學模型

由馬達動力學式 (26) 加上回授力矩，即為關節回授力矩馬達動力學模型

$$\tau_m = J_m \ddot{\theta}_{wo} + r_m \dot{\theta}_{wo} + \tau_w - \tau_{fs} + \tau_{fd} \quad (36)$$

回授力矩為柔輪力矩與外力力矩之總和，為回授力矩係數

$$\tau_{fed} = K_J(\tau_f + \tau_d) \quad (37)$$

式 (36) 可推導關節回授力矩馬達動力學模型，如圖 7 所示，關節回授係數為改變諧波減速機手臂之重點，改變係數大小，即為改變手臂對外力力矩之敏感程度，係數越大，給予回授力矩越大，越靈敏。改變係數正負，即為改變手臂對外力之反應，當係數為正，手臂會對外力施予抵抗力矩，負則反之。

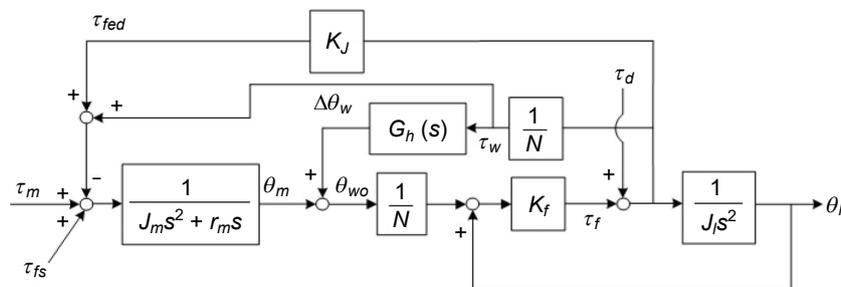


圖 7. 力矩控制之關節回授力矩馬達動力學模型。

B. 位置控制之動力學模型

將 PD 控制器加入力矩控制關節回授馬達動力學模型之中，如圖 8 中， K_p 為位置回授係數、 K_D 為速度回授控制係數， θ_{com} 為目標輸入角度，而馬達力矩表示為

$$\tau_m = K_P(\theta_{com} - \theta_m) + K_D(\dot{\theta}_{com} - \dot{\theta}_m) \quad (38)$$

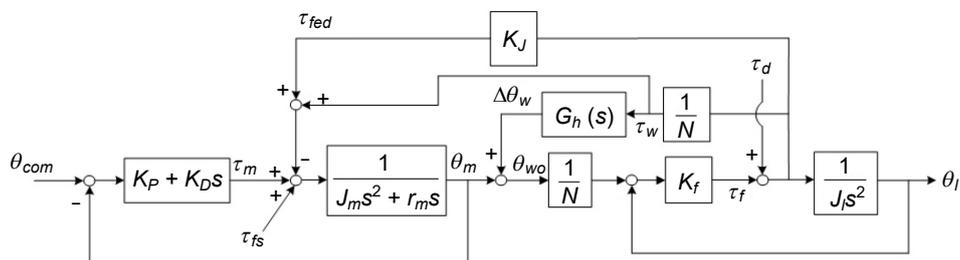


圖 8. 位置控制之關節力矩回授馬達動力學模型。

三、諧波減速機之模擬驗證

諧波減速機之特徵、力矩估測之方法與關節回授力矩控制可以進行模擬驗證，而諧波減速機特色包含柔性模型與遲滯效應，力矩估測包括扭轉角靜態力矩估測與動態力矩估測。

1. 諧波減速機柔性模擬

柔性模型模擬方法將諧波減速輸出端固定，且馬達提供之力矩與波產生器輸入力矩相等，提供正反向力矩如圖 9(a) 所示。諧波減速機柔性與馬達機械參數由廠商提供⁽²⁴⁾，帶入式 (19)、式 (20)、式 (21) 及式 (24) 可得到計算扭轉角所需之計算參數。由力矩相對關係可知在輸出端固定的情況下，諧波減速機所受波產生器、柔輪及摩擦力造成之力矩。可由式 (36) 得到柔輪力矩，其中 τ_{fs} 為啟動力矩，為對輸入端施加力矩時，使輸入端開始旋轉所需的最小力矩，接著將波產生器力矩、柔輪力矩與計算參數代入式 (14) 可得諧波減速機扭轉角 $\Delta\theta_h$ ，圖 9(b) 為諧波減速機扭轉角及輸入力矩訊號關係。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{If } \tau_w(t) + \frac{\tau_f(t-1)}{N} > \tau_{fs} \Rightarrow \tau_f(t) = (-\tau_w(t) + \tau_{fs}) \times N \\ \text{If } \tau_w(t) + \frac{\tau_f(t-1)}{N} < -\tau_{fs} \Rightarrow \tau_f(t) = -(\tau_w(t) + \tau_{fs}) \times N \\ \text{Else } \tau_f(t) = \tau_f(t-1) \end{array} \right. \quad (39)$$

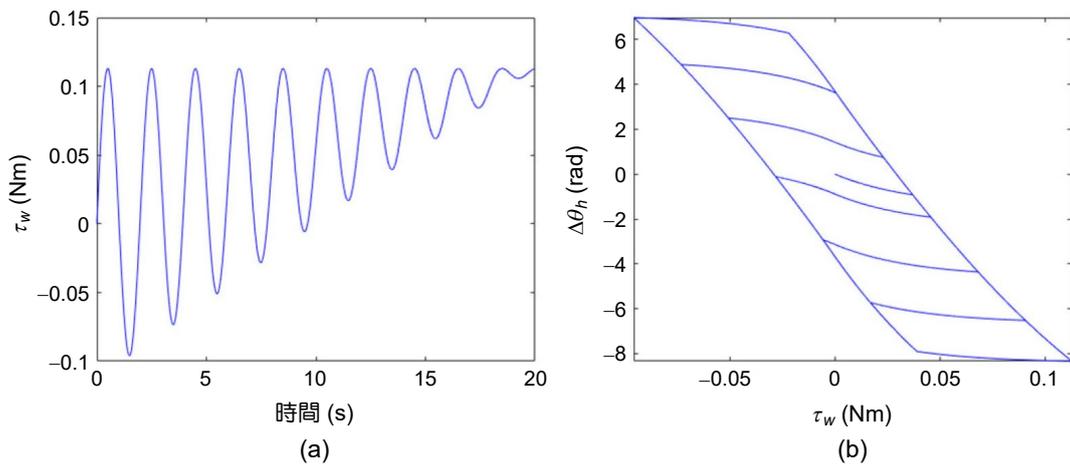


圖 9. 諧波減速機柔性特性模擬；(a)力矩輸入訊號；(b) 扭轉角與馬達力矩輸入對比訊號。

2. 諧波減速機遲滯模擬

遲滯模擬與柔性模擬的條件相反，遲滯模擬將輸入端固定，並在手臂諧波減速機輸出端施加一力矩，施加力矩為正反兩向，如圖 10(a) 且假設施加力矩與柔輪力矩相同，則波產生器、柔輪力矩加速與加速度啟動力矩 τ_{fb} 的關係為

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{If } \tau_w(t-1)N + \tau_f(t) > \tau_{fb} \Rightarrow \tau_w(t) = \frac{-(\tau_f(t) - \tau_{fb})}{N} \\ \text{If } \tau_w(t-1)N + \tau_f(t) < (-\tau_{fb}) \Rightarrow \tau_w(t) = \frac{-(\tau_f(t) + \tau_{fb})}{N} \\ \text{Else } \tau_f(t) = \tau_f(t-1) \end{array} \right. \quad (40)$$

加速度啟動矩 τ_{fb} 為對諧波減速機輸出端施加力矩時，使輸入端開始旋轉所需之最小力矩。由式 (40) 即可得到波產生器力矩，帶入式 (14) 計算出諧波減速機之扭轉角，而波產生器之扭轉角與施加力矩對比則如圖 10(b)。

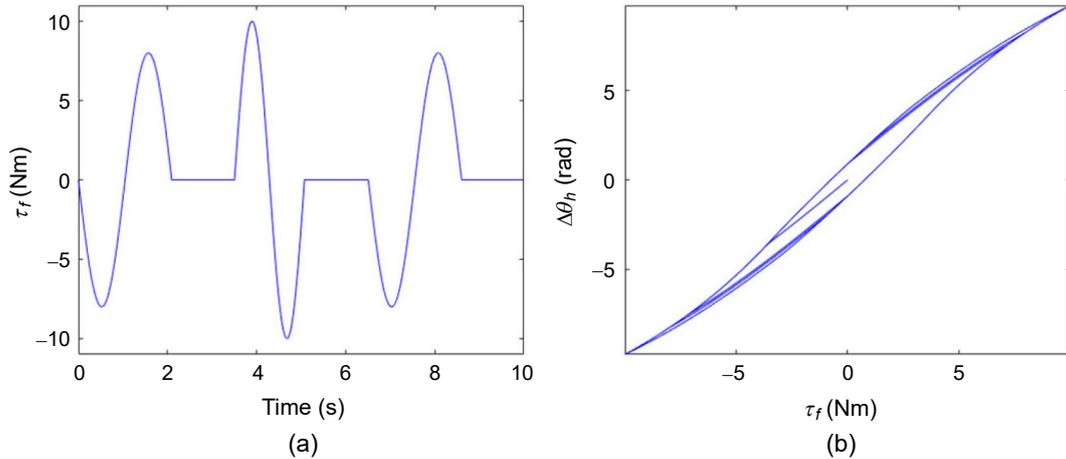


圖 10. 遲滯現象模擬；(a) 柔輪輸出端施加力矩訊號；(b) 諧波減速機扭轉角與施加力矩對比訊號圖。

3. 力矩估測模擬

將圖 11 之力矩估測流程圖於 Simulink 中模擬，假設為理想模型故不討論動態模型之影響，由訊號產生器產生電流訊號於馬達模型，透過摩擦力模型與波產生器模型可得波產生器之扭轉角，再利用輸出端轉動角度與馬達轉動角度差得到諧波減速機扭轉角，最後波產生器扭轉角與諧波減速機扭轉角即可得力矩估測結果，本實驗之輸入電流分成步階與弦波電流。

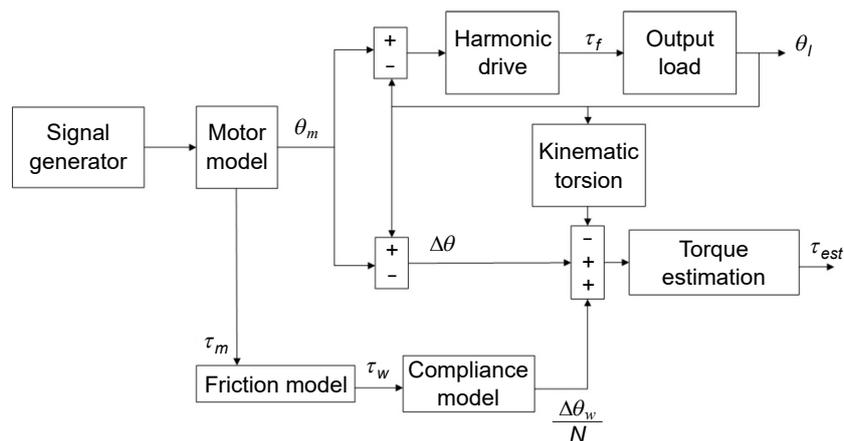


圖 11. 力矩估測流程圖。

4. 關節力矩回授模擬

利用所推導之關節力矩回授馬達模型使用 Simulink 模擬，為了達到順應外力與抵抗外力之想法，使用不同力矩回授控制係數 K_j ，來觀察手臂之運動方法，且觀察機器手臂響應是否收斂，再進行實驗部分驗證。

A. 力矩控制之關節力矩回授模擬

圖 12 為力矩控制之關節力矩回授模擬圖，圖 12(a) 為輸入一步階電流訊號，於 10 至 14 秒間施加一外力力矩 τ_d 。圖 12(b) 為施加還有觀測之力矩圖，圖 12(c) 為關節的輸出位移，結果顯示在感應到外部力矩時，機械手臂會順著外部力矩的方向運行，在外部力矩消失後再繼續追蹤輸入原來的輸入訊號，加入關節力矩回授控制可以大幅度的改變諧波減速機手臂對於外部力矩的反應。

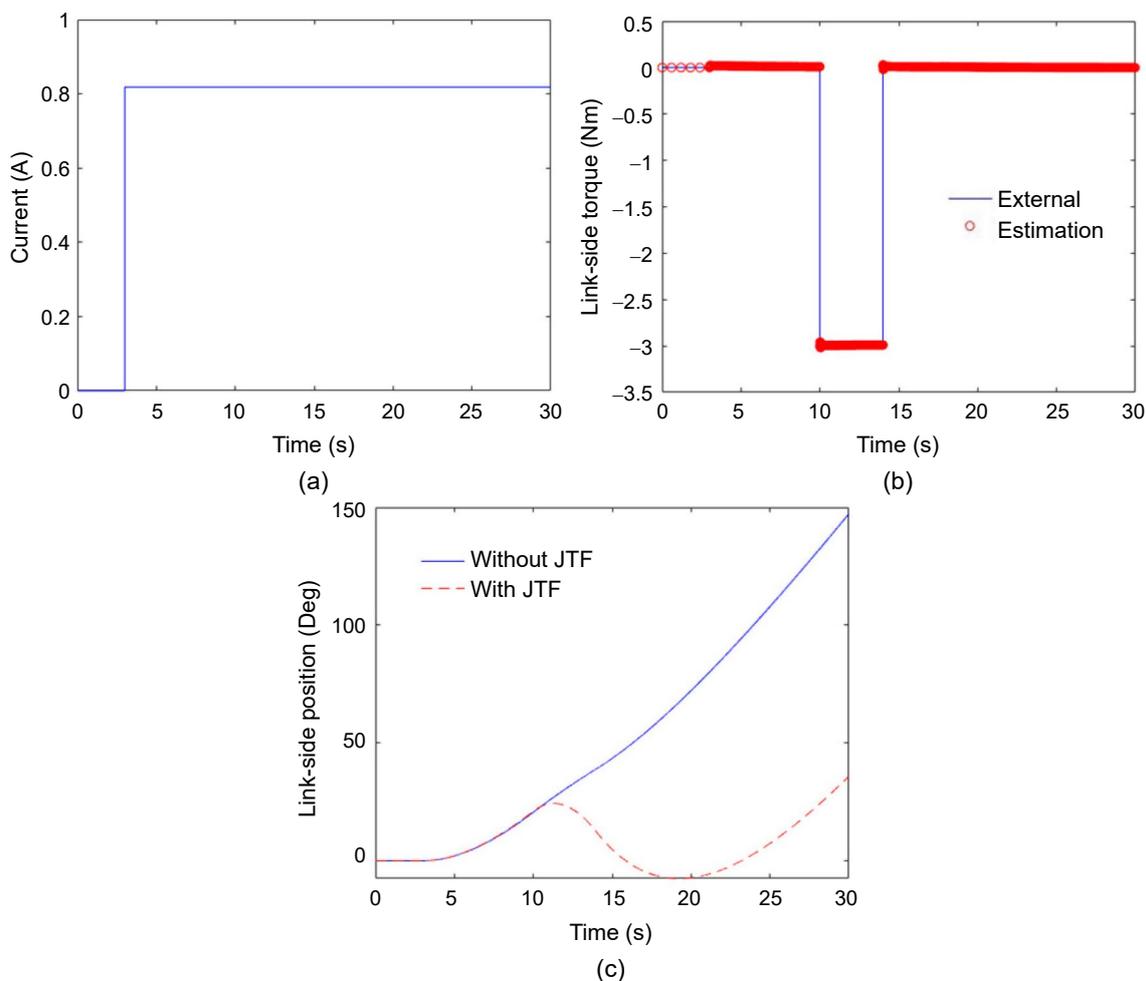


圖 12. 力矩控制之關節力矩回授；(a)輸入電流訊號；(b)外力力矩；(c)關節力矩回授控制響應圖。

B. 位置控制之關節力矩回授模擬

位置控制模擬測試關節力矩回授在位置控制下之響應，及利用關節力矩補償外部力矩，達到機械手臂追蹤目標輸入角度 θ_{com} 之能力。圖 13(a) 為受到步階外力矩及使用力矩估測之結果。圖 13(b) 為使用關節力矩回授控制之模擬，結果顯示在位置控制之下，若受到外部力矩則會造成很大的偏移量，但添加關節力矩回授後，將關節力矩回授參數設為正值，使得諧波減速機機械手臂能夠抵抗外部力矩，藉此增加機械手臂之剛性。此關節力矩回授方法可以補償環境因素所產生之外力力矩，如重力。圖 13(c) 中之外力力矩為與機械手臂轉動角度

有關之弦波函數模擬重力對機械手臂所造成之力矩，圖 13(d) 為其關節力矩回授控制模擬狀況，在沒有關節力矩回授補償，環境造成的外部力矩會導致機械手臂無法良好的追蹤目標輸入角度。使用有關節力矩回授，透過關節力矩回授使得機械手臂追蹤目標輸入角度的能力大幅上升。

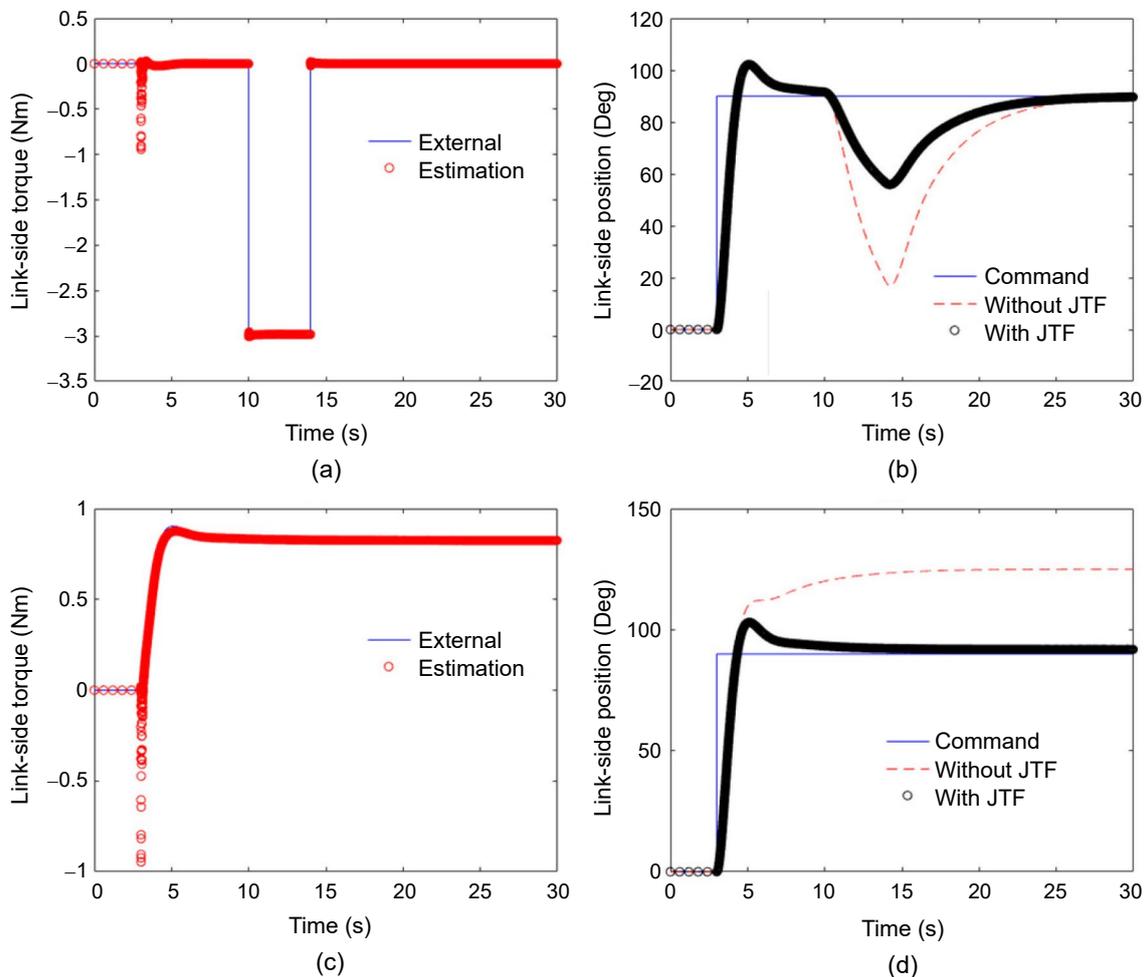


圖 13. 位置控制之關節力矩回授；(a)施加步階外力力矩；(b) 關節回授控制模擬結果於步階外力力矩；(c) 機器手臂所受重力造成之力矩；(d) 關節回授控制模擬於重力造成之力矩。

四、諧波減速機實驗驗證

圖 14 為諧波減速機致動器於單軸手臂關節力矩估測示意圖，圖 14(a) 為諧波減速機實驗架設圖，將感測器、諧波減速機致動器以及直流馬達在手臂關節處合併，而機械手臂部分即為輸出端。圖 14(b) 為系統爆炸圖，將轉盤與自行設計之法蘭軸連接後轉動，由固定於外殼蓋上的光學編碼器讀取轉盤的角度變化，得到機械手臂在輸出端所造成的角位移量。

1. 實驗機構架設

圖 15 為實現諧波減速機之力矩估測實驗架設圖，馬達選用 Maxon 直流無刷馬達，位置感測器選用 Renishaw 光學尺轉盤搭配讀頭，並安裝安裝六軸力感測器驗證力矩估測之精準度。

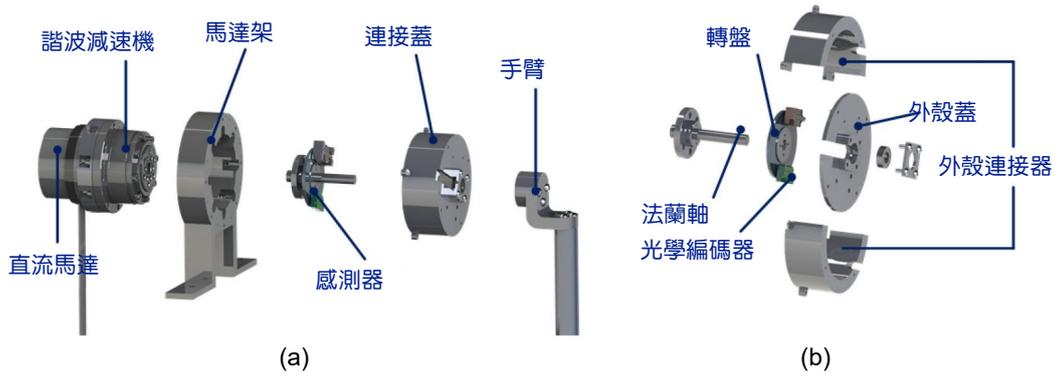


圖 14. 系統示意圖 (a) 諧波減速機架設圖；(b) 系統爆炸圖。

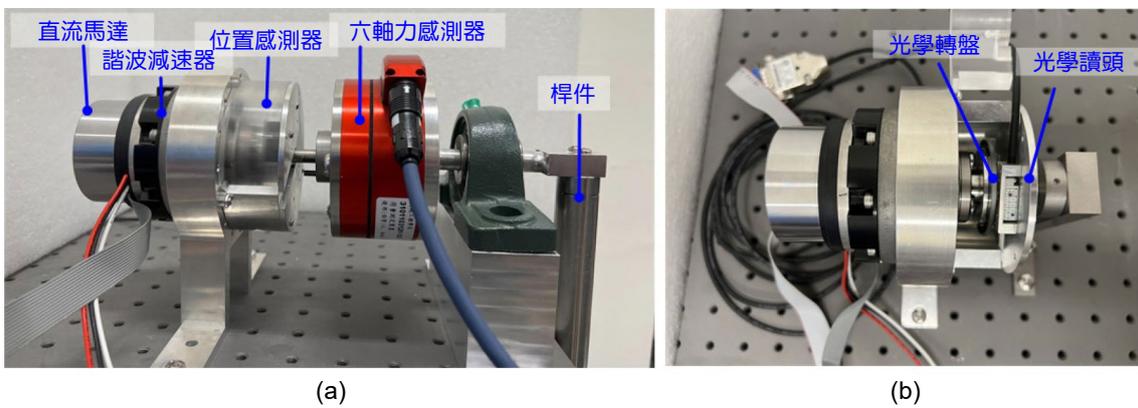


圖 15. 諧波減速機手臂架設圖；(a) 改良後實驗架構圖；(b) 力矩與位置感測器內部構造圖。

2. 諧波減速機柔性實驗

圖 16(a) 為諧波減速機致動器實驗架設。將柔輪輸出端利用連結鍵與固定底座和光學桌固定，達到固定輸出端之，並由馬達輸入正反向力矩，且假設馬達輸入力矩等同於波產生器輸入力矩，如圖 16(b) 所示，馬達端霍爾感測器量測之轉動角度與柔輪輸出端之位置感測器量測之轉動角度由式 (33) 得到諧波減速機之扭轉角，再將所得之扭轉角對波產生器之力矩作圖可得圖 16(c)，實驗與模擬結果接近，左右兩側之差異可能為馬達摩擦力產生之影響。

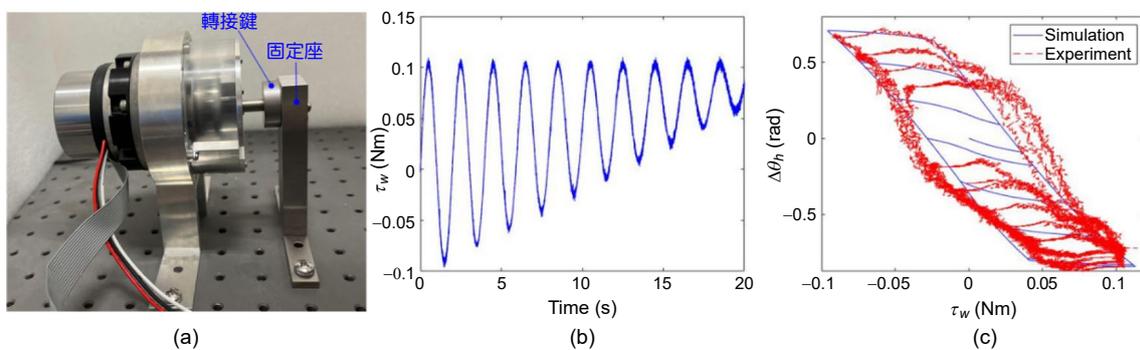


圖 16. 諧波減速機致動器實驗；(a) 實驗架設；(b) 輸入力矩；(c) 模擬實驗圖。

3. 諧波減速機遲滯實驗

於諧波減速機遲滯實驗中，給與馬達固定之位置訊號，並於柔輪輸出端機械手臂施加一個正反向力矩。圖 17(a) 為利用六軸力感測器量測所施加之力矩大小，圖 17(b) 為柔輪扭轉角與柔輪力矩關係圖，結果模擬與實驗結果接近，誤差造的原因可能為轉接鍵與法蘭軸在多次轉動後使得間隙變大造成之影響。

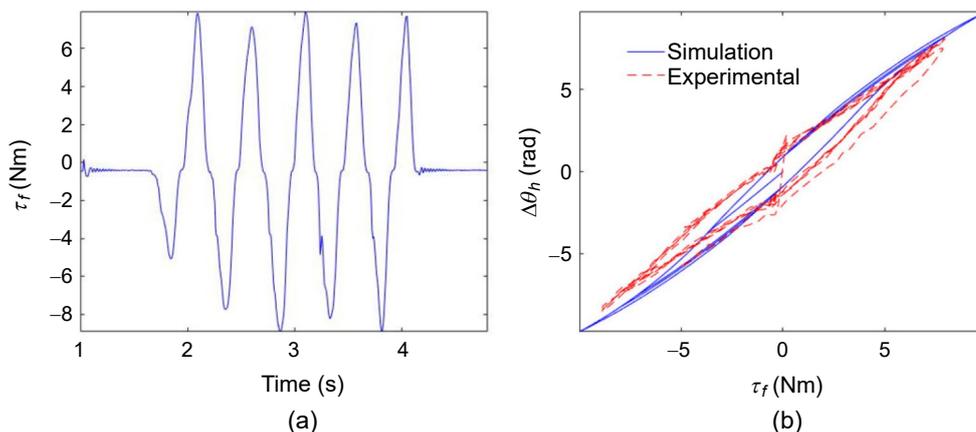


圖 17. 遲滯效應實驗；(a) 輸入力矩；(b) 模擬實驗圖。

4. 諧波減速機力矩估測

考慮有關馬達靜、動態時之力矩估測，在動態意即馬達轉動時，需要考慮動態扭轉角，因此先描述動態扭轉角，再討論步階輸入與弦波輸入之力矩估測，以及其誤差與影響。

A. 動態扭轉角

馬達在無外力作用狀況下旋轉，可發現諧波減速機扭轉角會有週期性變化，而其變化最主要原因即為動態扭轉角之影響，因此，利用不同輸入力矩與不同轉動方向之馬達轉動力矩，來探討動態扭轉角如圖 18(a)。其中，紅線為輸入力矩為 -0.0552 (Nm) 時馬達順時針轉一圈的動態扭轉角，藍色點為輸入力矩為 -0.0414 (Nm) 時馬達逆時針轉一圈的動態扭轉角，綠色虛線為輸入力矩 0.0552 (Nm)，黃色線則為輸入力矩 -0.0552 (Nm)。由圖可知，在不同的馬達轉動速度與方向下，動態力矩的趨勢幾乎重合，所以推論影響動態扭轉角最主要原因為轉動角度大小。在此假設可以由柔輪輸出扭轉角之資訊來求得動態扭轉角之大小，並在外力力量施加時，扣除所得之動態扭轉角以得正確之力矩估測大小，而將輸入力矩大小為 -0.0414 (Nm) 之動態扭轉角對柔輪輸出扭轉角，以 n 次多項式 (33) 作曲線擬合，可得圖 18(b)。

B. 步階力矩估測實驗

於步階力矩估測之實驗，將馬達位置固定於垂直地面之 0° 位置，施於機械手臂持續一段時間之正逆向力矩，圖 19(a) 為輪實際靜態力矩與靜態力矩估測之對比。圖 19(b) 為靜態力矩估測實驗中所測得之柔輪輸出扭轉角。接著操作動態力矩估測步階力矩實驗，給予馬達一定值力矩 0.0414 (Nm) 後，一樣施予機械手臂持續時間之定值力矩，圖 19(c)、(d) 為實驗結果，在動態力矩估測時，所造成之誤差較大，主要原因可能為動態扭轉角之推測不夠精準。

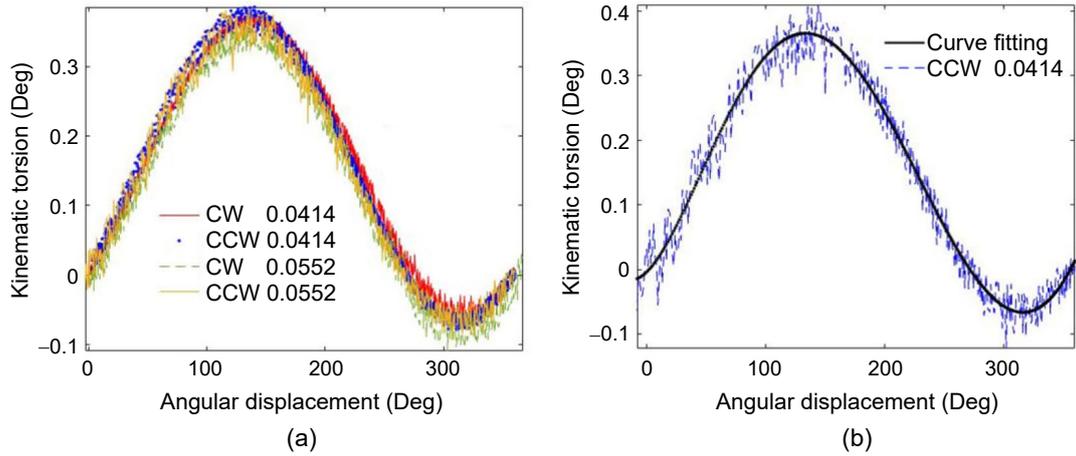


圖 18. 動態扭轉角；(a) 實驗結果；(b) 實驗結果對比擬合曲線。

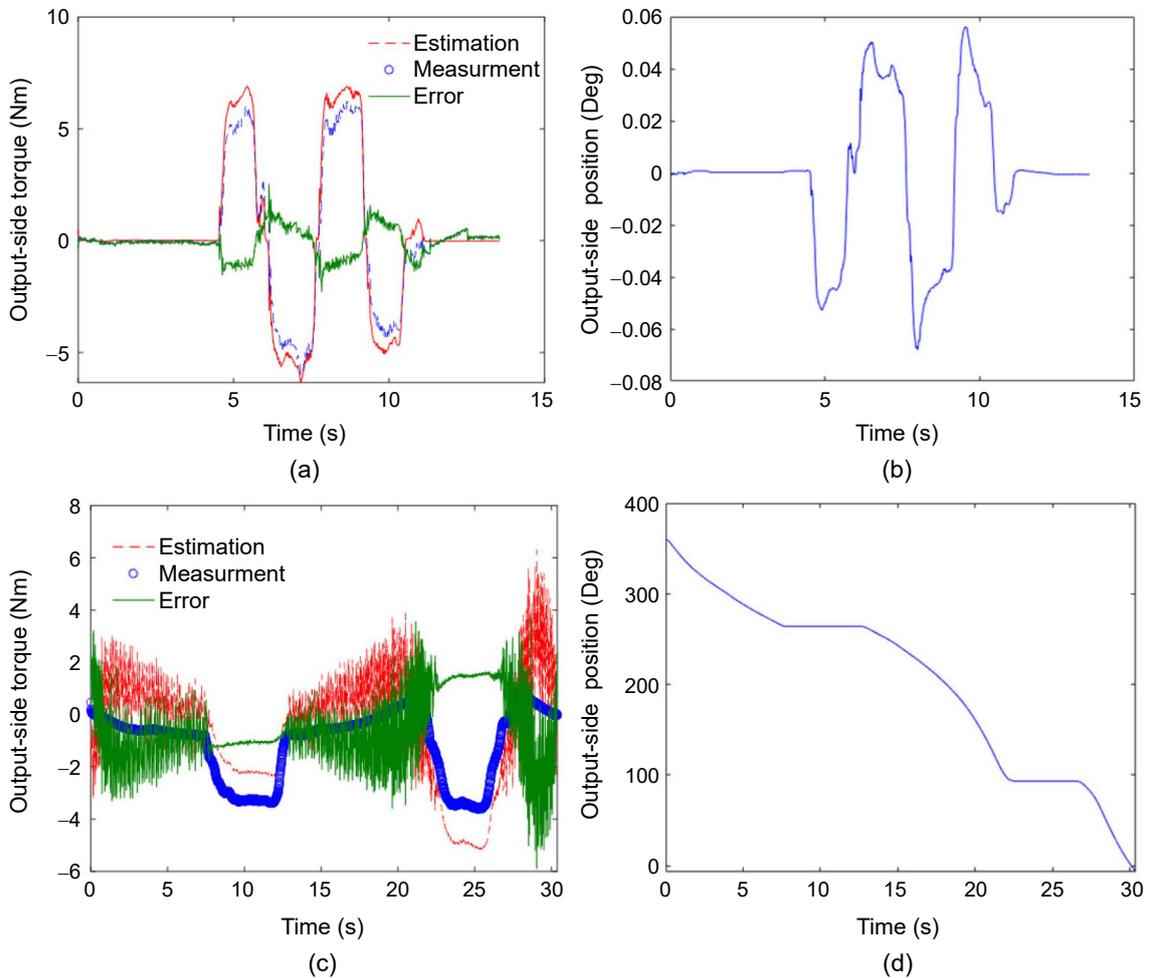


圖 19. 步階力矩估測；(a) 靜態力矩估測與實際對比；(b) 靜態柔輪輸出扭轉角；(c) 動態力矩估測與實際對比；(d) 動態柔輪輸出扭轉角。

C. 弦波力矩估測實驗

圖 20 為輸入為弦波力矩之實驗圖。外部施加力矩則為來回之正反向力矩，以測試力矩估測對於外部力矩的敏感性，圖 20(a) 為靜態實驗之估測力矩與量測力矩比較，圖 20(b) 為柔輪輸出端轉動角度，其轉動角度之變化亦來自於外部施加力矩。結果顯示，靜態實驗下，力矩估測追蹤外部施加力矩的能力良好，估測力矩與量測力矩幾乎相符，但在外部施加力矩達到峰值的部分則會有較大的誤差。圖 20(c) 為動態弦波力矩估測之實驗結果，圖 20(c) 為柔輪輸出端轉動角度。結果顯示馬達振動在弦波之力矩估測也對結果有很大的影響，使得未施加外部力矩時估測力矩有很大的振動，而前半段施加外部力矩時之力矩估測誤差相較於後半段較大，其原因推測為擬合之動態扭轉角與實際動態扭轉角的差異在前半段較大而後半段較小導致。

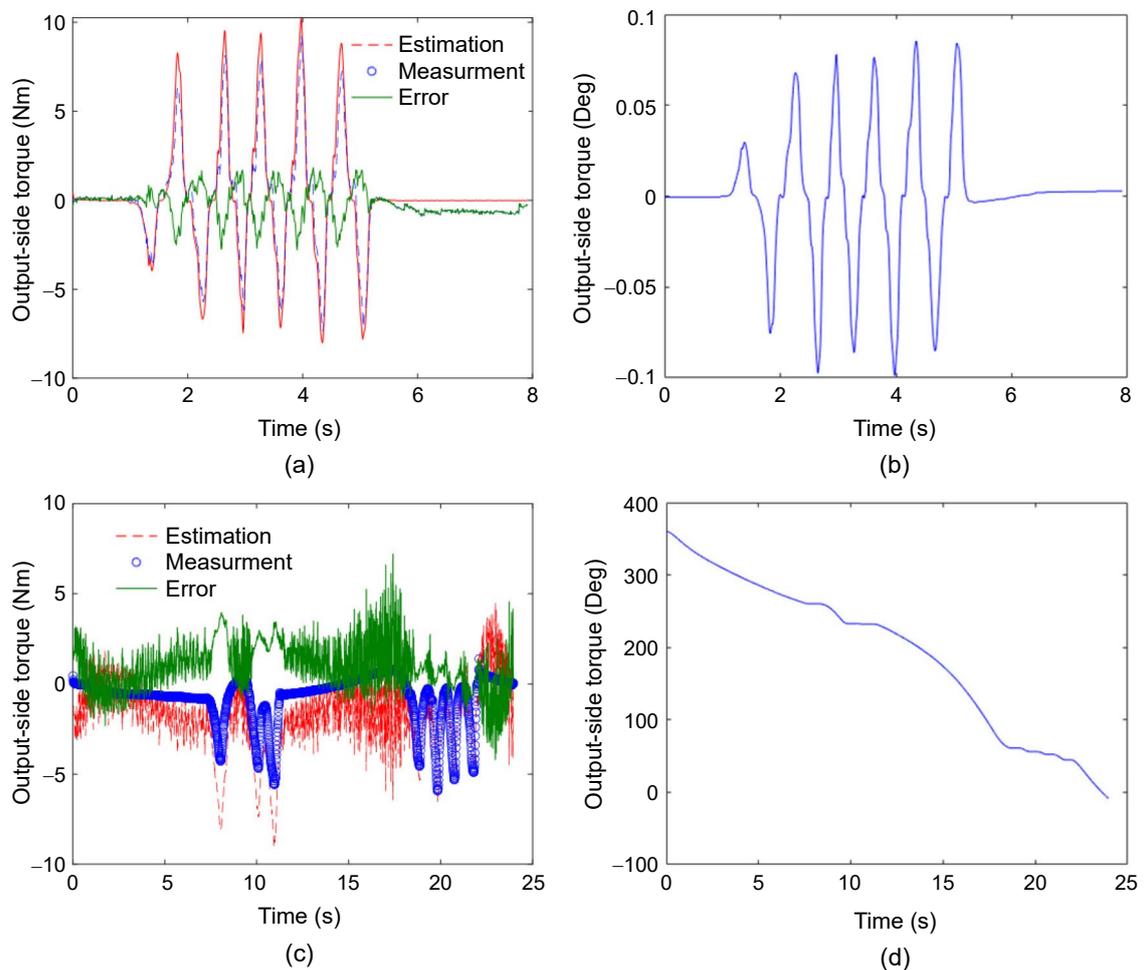


圖 20. 弦波力矩估測；(a) 靜態力矩估測與實際對比；(b) 靜態柔輪輸出扭轉角；(c) 動態力矩估測與實際對比；(d) 動態柔輪輸出扭轉角。

5. 關節力矩回授控制

利用模擬結果來調配不同控制參數，來改變其動態表現，使得機械手臂能依照各種需求來達到不同之目的。

A. 力矩控制之關節力矩回授實驗

力矩控制之關節力矩回授實驗的設計為當機械手臂遇到外力力矩時能順應其運動方向，達到當機械手臂遇到障礙時，能夠順利避開。給予馬達固定輸入力矩使馬達朝同一方向轉動，且同樣施予機械手臂一外力力矩，並比較有無力矩控制之關節力矩回授對柔輪輸出角度的影響。此實驗所設定之力矩回授係數 K_J 為 -0.02 ，圖 21(a)、(b) 分別為有無關節力矩回授的情況下，利用感測器所測得之估測力矩，而圖 21(c)、(d) 則為兩者在柔輪輸出端所測得之轉動角度，結果顯示，在沒有關節回授力矩的狀況下，柔輪輸出轉動角度為一個定值，使用關節回授力矩時，機械手臂之運動方式會順應著外力力矩，改變其輸出轉動角度。

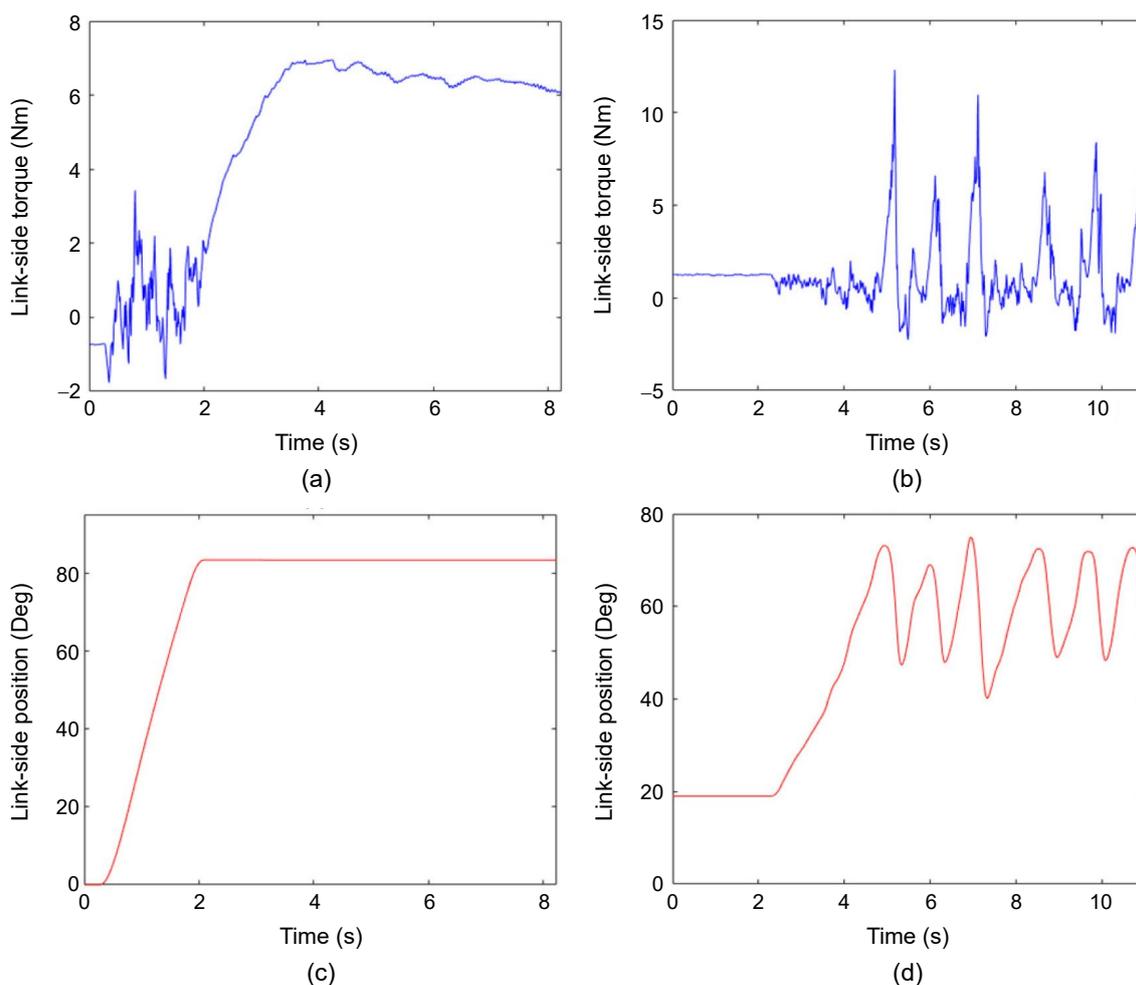


圖 21. 力矩控制之關節力矩回授；(a) 無力矩回授之力矩估測；(b) 力矩回授之估測力矩；(c) 無力矩回授之柔輪輸出轉動角度；(d) 力矩回授之柔輪輸出轉動角度。

B. 位置控制之關節力矩回授實驗

位置控制之關節力矩回授在模擬階段分為兩種：利用關節力矩回授可以抵抗所受到之外力力矩，提升機械手臂整體剛性及利用關節力矩回授，降低環境因素所造成之外力力矩干擾。首先，將針對提升機械手臂整體剛性進行實驗，將目標輸入角度 θ_{com} 定在，並施予機械手臂一外力力矩，並將位置回授係數 K_P 為 3，速度回授係數 K_D 為 0.01，圖 22(a) 為施加之外力力矩情況下之關節力矩圖，而圖 22(b) 為測得之柔輪輸出端轉動角度。結果顯示無力

矩回授時，最小外部力矩也明顯造成輸出端轉動角度有明顯偏移，而有力矩回授後時，最大外部力矩所造成之轉動角度偏移量則明顯較小，表示使用力矩回授可以減少位置控制受外部施加力矩的影響，提高機械手臂之剛性，使得機械手臂難以被推動而遠離目標位置。

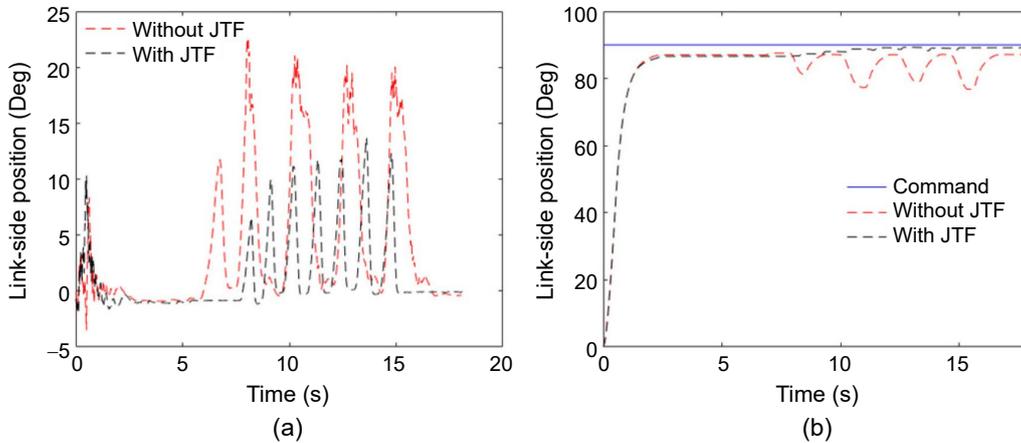


圖 22. 位置控制之關節力矩回授控制；(a) 輸出端力矩；(b) 柔輪輸出端轉動角度。

進行因環境因素所造成之外力力矩補償，同樣將目標輸入轉動角度設定為，並以柔輪輸出端所受之重力力矩作為環境影響因素，再對此利用關節力矩回授控制做補償，機械手臂所受之重力矩，如圖 23(a) 所示。其輸出端轉動角度成正比，而振盪原因來自動態扭轉角所造成之誤差，透過不同之回授係數，來觀察機械手臂之響應，結果如圖 23(b)、(c) 所示，紅點表示為目標輸入轉動角度，紅線表示為無力矩回授之機械手臂響應，綠色實線為 $K_J = 0.03$ 之響應，藍色實線為 $K_J = 0.04$ 之響應，黑色實線為 $K_P = 4$ 之響應，紅色虛線為 $K_P = 5$ 之響應，藍色虛線為 $K_P = 10$ 之響應。結果顯示，加入關節力矩回授後，可以使得原本與目標輸入角度的差距縮小，讓響應與目標值接近，但是過大的回授係數卻會造成響應振盪。

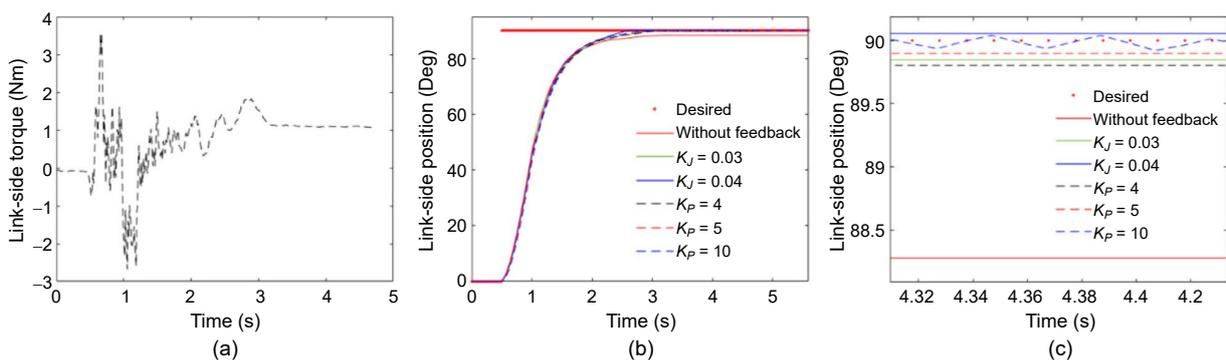


圖 23. 關節力矩回授之位置精準度補償；(a) 估測力矩；(b) 實驗結果；(c) 穩態響應放大圖。

五、結論

此篇論文提出諧波減速機致動器機器手臂之力矩估測和回授控制技術。考慮諧波齒輪減速機致動器的柔性模型，利用光學尺量測角度及估測力矩。提出之力矩估測和力矩回授控制

方法，經由數值及實驗驗證此力矩估測方法應用於諧波減速機關節力矩回授控制的可行性。經由調整控制係數，提高機械手臂在不同狀況需求下的順應性、剛度與其精度。

參考文獻

1. K. Tomiyama, T. Miyazaki, K. Ohishi, *12th France-Japan and 10th Europe-Asia Congress on Mechatronics*, 298 (2018).
2. L. Liu, S. Leonhardt, B. J. E. Misgeld, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, **23** (5), 2109 (2018).
3. D. Tsetserukou, R. Tadakuma, H. Kajimoto, N. Kawakami, S. Tachi, *IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation*, 338, (2007).
4. J.-K. Min, J.-B. Song, *IEEE Sensors Journal*, **20** (7), 3469 (2019).
5. C.-N. Cho, J.-H. Kim, S.-D. Lee, J.-B. Song, *Journal of Mechanical Science and Technology*, **26** (4), 1197 (2012).
6. J.-K. Min, K.-H. Ahn, H.-C. Park, J.-B. Song, *Mechatronics*, **63**, 102265 (2019).
7. G. A. Kebede, A. R. Ahmad, S.-C. Lee, C.-Y. Lin, *Sensors*, **19** (13), 3012 (2019).
8. B.-J. Jung, B. Kim, J. C. Koo, H. R. Choi, H. Moon, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, **22** (4), 1594 (2017).
9. J. W. Sensinger, R. F. ff. Weir, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, **11** (4), 457 (2006).
10. D.-D. Nguyen, C.-H. Kuo, *IEEE Sensors*, **21** (8), 9788 (2021).
11. H. Zhang, S. Ahmad, and G. Liu, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, **20** (1), 178 (2015).
12. H.-N. Yun, J.-U. Bang, J.-H. Kim, J.-M. Lee, *International Power Electronics and Motion Control Conference*, 539 (2018).
13. Y. Zhao, N. Paine, S. J. Jorgensen, L. Sentis, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **65** (3), 2817 (2017).
14. T. Zhang, J. Xia, *IEEE International Conference on Cybernetics and Intelligent Systems and IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics*, 269 (2019).
15. G. Palli, S. Pirozzi, *International Journal of Optomechatronics*, **7** (4), 263 (2013).
16. Y. S. Sarkisov, G. A. Yashin, E. V. Tsykunov, D. Tsetserukou, *IEEE Robotics and Automation Letters*, **3** (3), 1912 (2018).
17. I. Siradjuddin, R. P. Wicaksono, A. Murdani, D. Dewatama, F. Ronilaya, E. Rohadi, R. A. Asmara, *MATEC Web of Conference*, **197**, 11006 (2018).
18. H. Zhang, S. Ahmad and G. Liu, *IEEE Transactions on Robotics*, **31** (2), 322 (2015).
19. H. Zhang, S. Ahmad, and G. Liu, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, **20** (1), 178 (2015).
20. X. Men, Y. Wang, Z. Zhang, Y. Li, S. Wang, B. Dong, *12th International Conference on Advanced Computational Intelligence*, 235, (2020).
21. M. A. A. Ismail, J. Windelberg, G. Liu, *IEEE Robotics and Automation Letters*, **6** (2), 835 (2021).
22. Y. Song, H. Huang, F. Liu, F. Xi, D. Zhou, B. Li, *IEEE Sensors Journal*, **20** (2), 991 (2020).
23. A. Wahrburg, J. Bos, K. D. Listmann, F. Dai, B. Matthias, H. Ding, *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, **15** (2), 879 (2017).
24. 株式會社 Harmonic Drive Systems Inc 精密控制用減速機綜合型錄.
25. I. Godler and M. Hashimoto, *Proceedings of the 24th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, **98**, 1818 (1998).
26. Maxon EPOS4 Application Notes, please refer to the website:
https://www.maxongroup.com/medias/sys_master/root/8837359304734/EPOS4-Application-Notes-Collection-En.pdf

作者簡介

林峻永先生為美國喬治亞理工機械學院博士，現為國立臺灣大學機械系助理教授。

Chun-Yeon Lin received his Ph.D. in Mechanical Engineering from Georgia Institute of Technology, USA. He is currently an Associate Professor in the Department of Mechanical Engineering at National Taiwan University.

李志元先生為國立臺灣大學機械所碩士。

Chih-Yuan Li received his M.S. in Mechanical Engineering from National Taiwan University.

陳文豪先生現為國立臺灣大學機械所碩士生。

Wen-Hao Chen is currently a M.S. student in the Department of Mechanical Engineering at National Taiwan University.